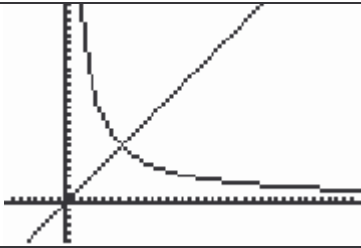
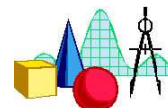


Lösung der Gleichung $x^2 = 2$

1. Grafisch: $x = \frac{2}{x}$

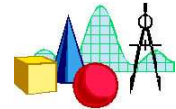
Arbeitsschritte	Tastenfolge	Display
Eingabe der Funktionsgleichungen	$\boxed{Y=}$ Y ₁ eingeben $\boxed{\text{ENTER}}$ oder $\boxed{\downarrow}$ Y ₂ eingeben	Plot1 Plot2 Plot3 √Y1=X √Y2=2/X √Y3=
Bearbeitung des Window-Menüs	$\boxed{\text{WINDOW}}$	FENSTER Xmin=-1 Xmax=7 Xscl=.2 Ymin=-1 Ymax=5 Yscl=.2 Xres=1
	$\boxed{\text{ZOOM}}$ $\boxed{5}$: ZQuadr $\boxed{\text{ENTER}}$	ZOOM SPEICHER 1: ZBox 2: Vergrößern 3: Verkleinern 4: ZDezimal $\boxed{5}$: ZQuadr 6: ZStandard 7↓ZTrig
	Durch ZQuadr wird der Display so eingestellt, dass x- und y-Achse einheitlich skaliert sind, so dass der Graf von $y = x$ als Winkelhalbierende des I. und III. Quadranten deutlich sichtbar wird.	
Aufruf des Grafikbildschirms	$\boxed{\text{GRAPH}}$	
Bestimmung des Schnittpunktes	$\boxed{2nd}\boxed{\text{TRACE}}$ $\boxed{5}$: Schnittpkt	BERECHNE 1: Wert 2: Nullstelle 3: Minimum 4: Maximum $\boxed{5}$: Schnittpkt 6: dy/dx 7: ∫f(x)dx



	Auswahl der ersten Kurve mit [ENTER] bestätigen.	
	Auswahl der zweiten Kurve mit [ENTER] bestätigen.	
	Mit dem Cursor in die Umgebung des Schnittpunktes gehen und mit [ENTER] bestätigen.	
	Die Koordinaten des Schnittpunktes werden angezeigt.	
	$X = 1,4142136$ ist die positive Lösung der Gleichung $x^2 = 2$. Die Lösung ist bereits eine sehr gute Näherung für $\sqrt{2}$.	

2. Intervallschachtelung für $x^2 = 2$

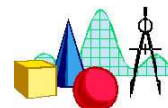
Arbeitsschritte	Tastenfolge	Display																
Eingabe der Funktionsgleichung	[Y=] Y ₁ eingeben [ENTER]	Plot1 Plot2 Plot3 √Y1=X ² √Y2=■																
Einstellungen für die Wertetabelle	[2nd] [WINDOW] TableStart bei x = 1 Schrittweite: 0.1	TBL EINST TblStart=1 ΔTbl=.1 unabhg: ■ Frag abhg: Auto Frag																
Darstellung der Wertetabelle	[2nd] [GRAPH] Mit [↓] scrollen und Werte für X und Y ₁ vergleichen. Es lässt sich ablesen: Y = 1,96 für X = 1,4	<table border="1"> <thead> <tr> <th>X</th> <th>Y1</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1.1</td><td>1.21</td></tr> <tr><td>1.2</td><td>1.44</td></tr> <tr><td>1.3</td><td>1.69</td></tr> <tr><td>1.4</td><td>1.96</td></tr> <tr><td>1.5</td><td>2.25</td></tr> <tr><td>1.6</td><td>2.56</td></tr> </tbody> </table> X=1.5	X	Y1	1	1	1.1	1.21	1.2	1.44	1.3	1.69	1.4	1.96	1.5	2.25	1.6	2.56
X	Y1																	
1	1																	
1.1	1.21																	
1.2	1.44																	
1.3	1.69																	
1.4	1.96																	
1.5	2.25																	
1.6	2.56																	



	<p>$Y = 2,25$ für $X = 1,5$</p> <p>Folgerung: Das gesuchte X liegt zwischen 1,4 und 1,5.</p>																	
Einstellungen für die Wertetabelle	<p>2nd WINDOW</p> <p>TableStart bei $x = 1,4$</p> <p>Schrittweite: 0.01</p>	<pre>TBL EINST TblStart=1.4 ΔTbl=.01 unabh9: Frag abh9: Auto Frag</pre>																
Darstellung der Wertetabelle	<p>2nd GRAPH</p> <p>Mit <input type="checkbox"/> scrollen und Werte für X und Y_1 vergleichen.</p> <p>Es lässt sich ablesen: $Y = 1,9881$ für $X = 1,41$ $Y = 2,0164$ für $X = 1,42$</p> <p>Folgerung: Das gesuchte X liegt zwischen 1,41 und 1,42.</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th>X</th> <th>Y1</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1.4</td><td>1.96</td></tr> <tr><td>1.41</td><td>1.9881</td></tr> <tr><td>1.42</td><td>2.0164</td></tr> <tr><td>1.43</td><td>2.0449</td></tr> <tr><td>1.44</td><td>2.0736</td></tr> <tr><td>1.45</td><td>2.1025</td></tr> <tr><td>1.46</td><td>2.1316</td></tr> </tbody> </table> <p>$X=1.42$</p>	X	Y1	1.4	1.96	1.41	1.9881	1.42	2.0164	1.43	2.0449	1.44	2.0736	1.45	2.1025	1.46	2.1316
X	Y1																	
1.4	1.96																	
1.41	1.9881																	
1.42	2.0164																	
1.43	2.0449																	
1.44	2.0736																	
1.45	2.1025																	
1.46	2.1316																	
Einstellungen für die Wertetabelle	<p>2nd WINDOW</p> <p>TableStart bei $x = 1,41$</p> <p>Schrittweite: 0.001</p>	<pre>TBL EINST TblStart=1.41 ΔTbl=.001 unabh9: Frag abh9: Auto Frag</pre>																
Darstellung der Wertetabelle	<p>2nd GRAPH</p> <p>Mit <input type="checkbox"/> scrollen und Werte für X und Y_1 vergleichen.</p> <p>Es lässt sich ablesen: $Y = 1,9994$ für $X = 1,414$ $Y = 2,0022$ für $X = 1,415$</p> <p>Folgerung: Das gesuchte X liegt zwischen 1,414 und 1,415.</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th>X</th> <th>Y1</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1.41</td><td>1.9881</td></tr> <tr><td>1.411</td><td>1.9909</td></tr> <tr><td>1.412</td><td>1.9937</td></tr> <tr><td>1.413</td><td>1.9966</td></tr> <tr><td>1.414</td><td>1.9994</td></tr> <tr><td>1.415</td><td>2.0022</td></tr> <tr><td>1.416</td><td>2.0051</td></tr> </tbody> </table> <p>$X=1.415$</p>	X	Y1	1.41	1.9881	1.411	1.9909	1.412	1.9937	1.413	1.9966	1.414	1.9994	1.415	2.0022	1.416	2.0051
X	Y1																	
1.41	1.9881																	
1.411	1.9909																	
1.412	1.9937																	
1.413	1.9966																	
1.414	1.9994																	
1.415	2.0022																	
1.416	2.0051																	
	Das Verfahren kann beliebig oft wiederholt werden, bis die gewünschte Genauigkeit für x erreicht wird.																	

3. Heronsches Verfahren für $x^2 = 2$

Das Heronsche Verfahren wird gewöhnlich in der Form $x_{n+1} = (x_n + \frac{a}{x_n}):2$ angegeben. Da es sich um eine rekursive Folge handelt, ist natürlich auch folgende Darstellung möglich: $x_n = (x_{n-1} + \frac{a}{x_{n-1}}):2$.



		Xscl=1 Ymin=0 Ymax=2 Yscl=.5
	GRAPH	
Erkenntnisgewinnung mit Hilfe des Grafen	TRACE Mit und werden einzelne Punkte des Grafen ausgewählt und deren Koordinaten angezeigt. Es fällt auf, dass der Graf ziemlich rasch (n = 3) in eine vertikale Gerade mit der Gleichung $y = 1,4142136$ übergeht.	$u=(u(x)-1)+2/(u(x)-1)/2$ x=4 Y=1.4142136

Alternatives Vorgehen

Arbeitsschritte	Tastensequenz	Display
Einstellung der Rechengenauigkeit	MODE Es werden 9 Stellen nach dem Komma angezeigt. 2nd MODE Zurück zum Hauptbildschirm	Normal Exp Tech Flk 012345678 ← Bogenmaß Grad Fkt Par Pol Folg Verbunden Punkt Einzel Parallel Reell a+bi re^θi Ganz Horiz G-T
Festlegung des Startwertes	1 . 4 STO X,T,θ,n ENTER	1.4→X 1.4
Berechnung der Näherungswerte	((X,T,θ,n) + 2) ÷ (X,T,θ,n) ÷ 2 STO X,T,θ,n Durch wiederholtes Drücken der ENTER-Taste werden die Näherungswerte berechnet. Bereits beim 4. Schritt stimmen die Werte bis zur 9. Stelle nach dem Komma überein.	$(X+2/X)/2 \rightarrow X$ 1.414285714 1.414213564 1.414213562 1.414213562