Bildungsstandards
im Fach Mathematik

für den Mittleren Schulabschluss

Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 04.12.2003

(vorbehaltlich redaktioneller Änderungen)

Sekretariat der Ständigen Konferenz
der Kultusminister der Länder
in der Bundesrepublik Deutschland
Ref. IV A
Postfach 22 40
53012 Bonn

Rahmenvereinbarung

siehe „Vereinbarung über Bildungsstandards für den Mittleren Schulabschluss (Jahrgangsstufe 10)“ (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 04.12.2003)

Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss

Inhaltsverzeichnis

1 Der Beitrag des Faches Mathematik zur Bildung

Mathematikunterricht trägt zur Bildung der Schülerinnen und Schüler bei, indem er ihnen insbesondere folgende Grunderfahrungen ermöglicht, die miteinander in engem Zusammenhang stehen:

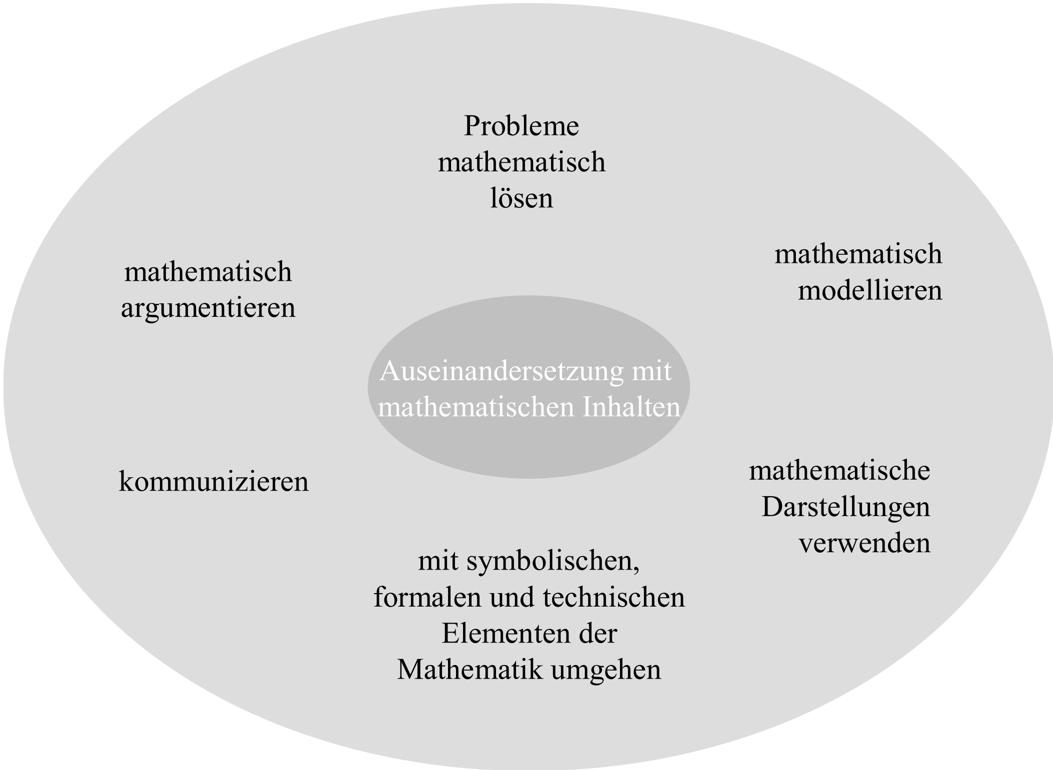
- technische, soziale und kulturelle Erscheinungen und Vorgänge mit Hilfe der Mathematik wahrnehmen, verstehen und unter Nutzung mathematischer Gesichtspunkte beurteilen
- Mathematik mit ihrer Sprache, ihren Symbolen, Bildern und Formeln in der Bedeutung für die Beschreibung und Bearbeitung von Aufgaben und Problemen inner- und außerhalb der Mathematik kennen und begreifen
- in der Bearbeitung von Fragen und Problemen mit mathematischen Mitteln allgemeine Problemlösefähigkeit erwerben.

Die Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss benennen dementsprechend allgemeine und inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen, die Schülerinnen und Schüler in aktiver Auseinandersetzung mit vielfältigen mathematischen Inhalten im Mathematikunterricht erwerben sollen. Dazu bearbeiten sie Probleme, Aufgaben und Projekte mit mathematischen Mitteln, lesen und schreiben mathematische Texte, kommunizieren über mathematische Inhalte u. a. m. Dies geschieht in einem Unterricht, der selbstständiges Lernen, die Entwicklung von kommunikativen Fähigkeiten und Kooperationsbereitschaft sowie eine zeitgemäße Informationsbeschaffung, Dokumentation und Präsentation von Lernergebnissen zum Ziel hat. Der Auftrag der schulischen Bildung geht über den Erwerb fachspezifischer Kompetenzen hinaus. Zusammen mit anderen Fächern zielt Mathematikunterricht auch auf Persönlichkeitsentwicklung und Weltorientierung.

Aus Inhalt und Aufbau der Bildungsstandards können Anhaltspunkte für die Gestaltung des Mathematikunterrichts abgeleitet werden, die an den Lernprozessen und Lernergebnissen der Schülerinnen und Schüler orientiert ist und nicht allein von der Fachsystematik der mathematischen Lehrinhalte abhängt. Dies ermöglicht, individuelle Lernwege und Lernergebnisse zu analysieren und für das weitere Lernen zu nutzen, damit mathematisches Wissen funktional, flexibel und mit Einsicht in vielfältigen kontextbezogenen Situationen angewendet werden kann. Schülerinnen und Schüler sollen auf diese Weise Mathematik als anregendes, nutzbringendes und kreatives Betätigungsfeld erleben, in dem auch Hilfsmittel, insbesondere elektronische Medien entsprechend sinnvoll eingesetzt werden. Für einen solchen Mathematikunterricht ist die Beschreibung der allgemeinen mathematischen Kompetenzen im Kapitel 2 in den Vordergrund gerückt worden. Auch die im Kapitel 3 vorgenommene Strukturierung der inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen nach mathematischen Leitideen unterstützt dies, indem bei der Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten sachgebietsübergreifendes, vernetzendes Denken und Verständnis grundlegender mathematischer Begriffe erreicht werden soll. Die Aufgabenbeispiele im Kapitel 4 verdeutlichen die allgemeinen mathematischen Kompetenzen mit ihren Anforderungsbereichen und die inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen über die Angabe von Leitideen. Zugleich illustrieren die Aufgabenbeispiele exemplarisch die Standarderreichung, indem sie zeigen, welche konkrete Qualität an mathematischer Leistung jeweils erbracht werden muss, um die Standards zu erfüllen. Sie sind daher auch zur Adaption und schöpferischen Diskussion für Lehrkräfte und Fachkollegien gedacht.

2 Allgemeine mathematische Kompetenzen im Fach Mathematik

Mit dem Erwerb des Mittleren Schulabschlusses sollen Schülerinnen und Schüler über die nachfolgend genannten allgemeinen mathematischen Kompetenzen verfügen, die für alle Ebenen des mathematischen Arbeitens relevant sind. Diese Kompetenzen werden immer im Verbund erworben bzw. angewendet.



Im Folgenden werden die oben benannten mathematischen Kompetenzen erläutert, indem sie beispielhaft konkretisiert werden. Sie werden im Abschnitt 4.1 weiter ausdifferenziert.

(K 1) Mathematisch argumentieren

Dazu gehört:

– Fragen stellen, die für die Mathematik charakteristisch sind („Gibt es …?“, „Wie verändert sich…?“, „Ist das immer so …?“) und Vermutungen begründet äußern,

– mathematische Argumentationen entwickeln (wie Erläuterungen, Begründungen, Beweise),

– Lösungswege beschreiben und begründen.

(K 2) Probleme mathematisch lösen

Dazu gehört:

– vorgegebene und selbst formulierte Probleme bearbeiten,

– geeignete heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien zum Problemlösen auswählen und anwenden,

- die Plausibilität der Ergebnisse überprüfen sowie das Finden von Lösungsideen und die Lösungswege reflektieren.

(K 3) Mathematisch modellieren

Dazu gehört:

- den Bereich oder die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Begriffe, Strukturen und Relationen übersetzen,
- in dem jeweiligen mathematischen Modell arbeiten,
- Ergebnisse in dem entsprechenden Bereich oder der entsprechenden Situation interpretieren und prüfen.

(K 4) Mathematische Darstellungen verwenden

Dazu gehört:

- verschiedene Formen der Darstellung von mathematischen Objekten und Situationen anwenden, interpretieren und unterscheiden,
- Beziehungen zwischen Darstellungsformen erkennen,
- unterschiedliche Darstellungsformen je nach Situation und Zweck auswählen und zwischen ihnen wechseln.

(K 5) Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

Dazu gehört:

- mit Variablen, Termen, Gleichungen, Funktionen, Diagrammen, Tabellen arbeiten,
- symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache übersetzen und umgekehrt,
- Lösungs- und Kontrollverfahren ausführen,
- mathematische Werkzeuge (wie Formelsammlungen, Taschenrechner, Software) sinnvoll und verständig einsetzen.

(K 6) Kommunizieren

Dazu gehört:

- Überlegungen, Lösungswege bzw. Ergebnisse dokumentieren, verständlich darstellen und präsentieren, auch unter Nutzung geeigneter Medien,
- die Fachsprache adressatengerecht verwenden,
- Äußerungen von anderen und Texte zu mathematischen Inhalten verstehen und überprüfen.

3 Standards für inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen im Fach Mathematik

3.1 Mathematische Leitideen

Die oben beschriebenen allgemeinen mathematischen Kompetenzen werden von Schülerinnen und Schülern in der Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten erworben. Dementsprechend lassen sich die allgemeinen mathematischen Kompetenzen als Dispositionen von Schülerinnen und Schülern vielfältig inhaltsbezogen konkretisieren. Im Folgenden werden Standards für inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen benannt.

Sie sind jeweils ausgewählten mathematischen Leitideen zugeordnet, um Verständnis von grundlegenden mathematischen Konzepten zu erreichen, Besonderheiten mathematischen Denkens zu verdeutlichen sowie Bedeutung und Funktion der Mathematik für die Gestaltung und Erkenntnis der Welt erfahren zu lassen.

Folgende mathematische Leitideen sind zu Grunde gelegt:

- Zahl
- Messen
- Raum und Form
- Funktionaler Zusammenhang
- Daten und Zufall.

Eine Leitidee vereinigt Inhalte verschiedener mathematischer Sachgebiete und durchzieht ein mathematisches Curriculum spiralförmig.

Die Zuordnung einer inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenz zu einer mathematischen Leitidee ist nicht in jedem Fall eindeutig, sondern davon abhängig, welcher Aspekt mathematischen Arbeitens im inhaltlichen Zusammenhang betont werden soll.

3.2 Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen geordnet nach Leitideen

(L 1) Leitidee Zahl

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen sinntragende Vorstellungen von rationalen Zahlen, insbesondere von natürlichen, ganzen und gebrochenen Zahlen entsprechend der Verwendungsnotwendigkeit,
- stellen Zahlen der Situation angemessen dar, unter anderem in Zehnerpotenzschreibweise,
- begründen die Notwendigkeit von Zahlbereichserweiterungen an Beispielen,
- nutzen Rechengesetze, auch zum vorteilhaften Rechnen,
- nutzen zur Kontrolle Überschlagsrechnungen und andere Verfahren,

- runden Rechenergebnisse entsprechend dem Sachverhalt sinnvoll,
- verwenden Prozent- und Zinsrechnung sachgerecht,
- erläutern an Beispielen den Zusammenhang zwischen Rechenoperationen und deren Umkehrungen und nutzen diese Zusammenhänge,
- wählen, beschreiben und bewerten Vorgehensweisen und Verfahren, denen Algorithmen bzw. Kalküle zu Grunde liegen,
- führen in konkreten Situationen kombinatorische Überlegungen durch, um die Anzahl der jeweiligen Möglichkeiten zu bestimmen,
- prüfen und interpretieren Ergebnisse in Sachsituationen unter Einbeziehung einer kritischen Einschätzung des gewählten Modells und seiner Bearbeitung.

(L 2) Leitidee Messen

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen das Grundprinzip des Messens, insbesondere bei der Längen-, Flächen- und Volumenmessung, auch in Naturwissenschaften und in anderen Bereichen,
- wählen Einheiten von Größen situationsgerecht aus (insbesondere für Zeit, Masse, Geld, Länge, Fläche, Volumen und Winkel),
- schätzen Größen mit Hilfe von Vorstellungen über geeignete Repräsentanten,
- berechnen Flächeninhalt und Umfang von Rechteck, Dreieck und Kreis sowie daraus zusammengesetzten Figuren,
- berechnen Volumen und Oberflächeninhalt von Prisma, Pyramide, Zylinder, Kegel und Kugel sowie daraus zusammengesetzten Körpern,
- berechnen Streckenlängen und Winkelgrößen, auch unter Nutzung von trigonometrischen Beziehungen und Ähnlichkeitsbeziehungen,
- nehmen in ihrer Umwelt gezielt Messungen vor, entnehmen Maßangaben aus Quellenmaterial, führen damit Berechnungen durch und bewerten die Ergebnisse sowie den gewählten Weg in Bezug auf die Sachsituation.

(L 3) Leitidee Raum und Form

Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen und beschreiben geometrische Strukturen in der Umwelt,
- operieren gedanklich mit Strecken, Flächen und Körpern,
- stellen geometrische Figuren im kartesischen Koordinatensystem dar,
- stellen Körper (z. B. als Netz, Schrägbild oder Modell) dar und erkennen Körper aus ihren entsprechenden Darstellungen,

- analysieren und klassifizieren geometrische Objekte der Ebene und des Raumes,
- beschreiben und begründen Eigenschaften und Beziehungen geometrischer Objekte (wie Symmetrie, Kongruenz, Ähnlichkeit, Lagebeziehungen) und nutzen diese im Rahmen des Problemlösens zur Analyse von Sachzusammenhängen,
- wenden Sätze der ebenen Geometrie bei Konstruktionen, Berechnungen und Beweisen an, insbesondere den Satz des Pythagoras und den Satz des Thales,
- zeichnen und konstruieren geometrische Figuren unter Verwendung angemessener Hilfsmittel wie Zirkel, Lineal, Geodreieck oder dynamischer Geometriesoftware,
- untersuchen Fragen der Lösbarkeit und Lösungsvielfalt von Konstruktionsaufgaben und formulieren diesbezüglich Aussagen,
- setzen geeignete Hilfsmittel beim explorativen Arbeiten und Problemlösen ein.

(L 4) Leitidee Funktionaler Zusammenhang

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen Funktionen als Mittel zur Beschreibung quantitativer Zusammenhänge,
- erkennen und beschreiben funktionale Zusammenhänge und stellen diese in sprachlicher, tabellarischer oder graphischer Form sowie gegebenenfalls als Term dar,
- analysieren, interpretieren und vergleichen unterschiedliche Darstellungen funktionaler Zusammenhänge (wie lineare, proportionale und antiproportionale),
- lösen realitätsnahe Probleme im Zusammenhang mit linearen, proportionalen und antiproportionalen Zuordnungen,
- interpretieren lineare Gleichungssysteme graphisch,
- lösen Gleichungen, und lineare Gleichungssysteme kalkülmäßig bzw. algorithmisch, auch unter Einsatz geeigneter Software, und vergleichen ggf. die Effektivität ihres Vorgehens mit anderen Lösungsverfahren (wie mit inhaltlichem Lösen oder Lösen durch systematisches Probieren),
- untersuchen Fragen der Lösbarkeit und Lösungsvielfalt von linearen und quadratischen Gleichungen sowie linearen Gleichungssystemen und formulieren diesbezüglich Aussagen,
- bestimmen kennzeichnende Merkmale von Funktionen und stellen Beziehungen zwischen Funktionsterm und Graph her,
- wenden insbesondere lineare und quadratische Funktionen sowie Exponentialfunktionen bei der Beschreibung und Bearbeitung von Problemen an,
- verwenden die Sinusfunktion zur Beschreibung von periodischen Vorgängen,
- beschreiben Veränderungen von Größen mittels Funktionen, auch unter Verwendung eines Tabellenkalkulationsprogramms,

– geben zu vorgegebenen Funktionen Sachsituationen an, die mit Hilfe dieser Funktion beschrieben werden können.

(L 5) Leitidee Daten und Zufall

Die Schülerinnen und Schüler

– werten graphische Darstellungen und Tabellen von statistischen Erhebungen aus,
– planen statistische Erhebungen,
– sammeln systematisch Daten, erfassen sie in Tabellen und stellen sie graphisch dar, auch unter Verwendung geeigneter Hilfsmittel (wie Software),
– interpretieren Daten unter Verwendung von Kenngrößen,
– reflektieren und bewerten Argumente, die auf einer Datenanalyse basieren,
– beschreiben Zufallserscheinungen in alltäglichen Situationen,
– bestimmen Wahrscheinlichkeiten bei Zufallsexperimenten.

4 Aufgabenbeispiele

4.1 Anforderungsbereiche der allgemeinen mathematischen Kompetenzen

Zum Lösen mathematischer Aufgaben werden die allgemeinen mathematischen Kompetenzen in unterschiedlicher Ausprägung benötigt. Diesbezüglich lassen sich drei Anforderungsbereiche unterscheiden: Reproduzieren, Zusammenhänge herstellen sowie Verallgemeinern und Reflektieren. Im Allgemeinen nehmen Anspruch und kognitive Komplexität von Anforderungsbereich zu Anforderungsbereich zu.

Die Anforderungsbereiche sind für **alle** allgemeinen mathematischen Kompetenzen wie folgt charakterisiert:

Anforderungsbereich I: Reproduzieren

Dieses Niveau umfasst die Wiedergabe und direkte Anwendung von grundlegenden Begriffen, Sätzen und Verfahren in einem abgegrenzten Gebiet und einem wiederholenden Zusammenhang.

Anforderungsbereich II: Zusammenhänge herstellen

Dieses Niveau umfasst das Bearbeiten bekannter Sachverhalte, indem Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten verknüpft werden, die in der Auseinandersetzung mit Mathematik auf verschiedenen Gebieten erworben wurden.

Anforderungsbereich III: Verallgemeinern und Reflektieren

Dieses Niveau umfasst das Bearbeiten komplexer Gegebenheiten u. a. mit dem Ziel, zu eigenen Problemformulierungen, Lösungen, Begründungen, Folgerungen, Interpretationen oder Wertungen zu gelangen.

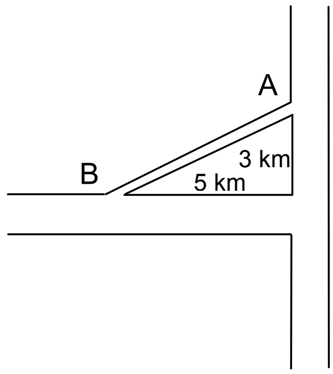
Die nachfolgende Tabelle stellt eine Ausdifferenzierung der allgemeinen mathematischen Kompetenzen in den drei Anforderungsbereichen dar. Mit Hilfe der Tabelle kann der Prozess des Bearbeitens einer mathematischen Aufgabe analysiert werden, um zu bestimmen, welche Kompetenzen auf welchen Niveaus zur Bearbeitung gebraucht werden.

Reproduzieren	Zusammenhänge herstellen	Verallgemeinern und Reflektieren
Mathematisch argumentieren Dazu gehört:		
– Routineargumentationen wiedergeben (wie Rechnungen, Verfahren, Herleitungen, Sätze, die aus dem Unterricht vertraut sind) – mit Alltagswissen argumentieren	– überschaubare mehrschrittige Argumentationen erläutern oder entwickeln – Lösungswege beschreiben und begründen – Ergebnisse bzgl. ihres Anwendungskontextes bewerten – Zusammenhänge, Ordnungen und Strukturen erläutern	– komplexe Argumentationen erläutern oder entwickeln – verschiedene Argumentationen bewerten – Fragen stellen, die für die Mathematik charakteristisch sind und Vermutungen begründet äußern
Probleme mathematisch lösen Dazu gehört:		
– Routineaufgaben lösen („sich zu helfen wissen“) – einfache Probleme mit bekannten - auch experimentellen - Verfahren lösen	– Probleme bearbeiten, deren Lösung die Anwendung von heuristischen Hilfsmitteln, Strategien und Prinzipien erfordert – Probleme selbst formulieren – die Plausibilität von Ergebnissen überprüfen	– anspruchsvolle Probleme bearbeiten – das Finden von Lösungsideen und die Lösungswege reflektieren
Mathematisch modellieren Dazu gehört:		
– vertraute und direkt erkennbare Modelle nutzen – einfachen Erscheinungen aus der Erfahrungswelt mathematische Objekte zuordnen – Resultate am Kontext prüfen	– Modellierungen, die mehrere Schritte erfordern, vornehmen – Ergebnisse einer Modellierung interpretieren und an der Ausgangssituation prüfen – einem mathematischen Modell passende Situationen zuordnen	– komplexe oder unvertraute Situationen modellieren – verwendete mathematische Modelle (wie Formeln, Gleichungen, Darstellungen von Zuordnungen, Zeichnungen, strukturierte Darstellungen, Ablaufpläne) reflektieren und kritisch beurteilen

Mathematische Darstellungen verwenden Dazu gehört:		
– vertraute und geübte Darstellungen von mathematischen Objekten und Situationen anfertigen oder nutzen	– Beziehungen zwischen Darstellungsformen erkennen und zwischen den Darstellungsformen wechseln	– eigene Darstellungen entwickeln – verschiedene Formen der Darstellung zweckentsprechend beurteilen – nicht vertraute Darstellungen lesen und ihre Aussagekraft beurteilen
Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen Dazu gehört:		
– Routineverfahren verwenden – mit vertrauten Formeln und Symbolen umgehen – mathematische Werkzeuge (wie Formelsammlungen, Taschenrechner, Software) in Situationen nutzen, in denen ihr Einsatz geübt wurde	– Lösungs- und Kontrollverfahren ausführen – symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache übersetzen und umgekehrt – mit Variablen, Termen, Gleichungen, Funktionen, Tabellen und Diagrammen arbeiten – mathematische Werkzeuge verständig auswählen und einsetzen	– Lösungs- und Kontrollverfahren hinsichtlich ihrer Effizienz bewerten – Möglichkeiten und Grenzen der Nutzung mathematischer Werkzeuge reflektieren
Kommunizieren Dazu gehört:		
– einfache mathematische Sachverhalte mündlich und schriftlich ausdrücken – aus kurzen, einfachen mathematikhaltigen Texten, Graphiken und Abbildungen Informationen entnehmen – auf Fragen und Kritik sachlich und angemessen reagieren	– Überlegungen, Lösungswege bzw. Ergebnisse verständlich darstellen – komplexe mathematikhaltige Texte, Graphiken und Abbildungen sinnentnehmend erfassen – die Fachsprache adressatengerecht verwenden – auf Äußerungen von anderen zu mathematischen Inhalten eingehen – mit Fehlern konstruktiv umgehen	– komplexe mathematische Sachverhalte mündlich und schriftlich präsentieren – komplexe mathematische Texte sinnentnehmend erfassen – Äußerungen von anderen zu mathematischen Inhalten bewerten

4.2 Kommentierte Aufgabenbeispiele

(1) Lohnt sich die Abkürzung?



Aufgabenstellung

Viele Autofahrer benutzen für die Fahrt von A nach B nicht die stark befahrenen Hauptstraßen, sondern einen „Schleichweg“.

Äußern Sie sich, ob die Abkürzung eine Zeitersparnis bringt, wenn man auf dem „Schleichweg“ durchschnittlich mit 30 km/h und auf den Hauptstraßen durchschnittlich mit 50 km/h fahren kann.

Beschreibung der Aufgabe und ihrer Zielsetzung

Bei der Bearbeitung der Aufgabe weisen die Schülerinnen und Schüler nach, inwieweit sie insbesondere die **allgemeine mathematische Kompetenz**

– mathematisch argumentieren (K 1)

im Rahmen der **Leitidee** Messen (L 2) erworben haben. Zugelassene Hilfsmittel sind Taschenrechner und Formelsammlung. Die Aufgabe kann durch folgende erweitert werden: Ab welcher Geschwindigkeit würde sich der Schleichweg lohnen ?

Lösungsskizze mit der Angabe von Leitideen und allgemeinen mathematischen Kompetenzen sowie deren Zuordnung zu Anforderungsbereichen

	Lösungen und Hinweise	**Leitidee**	**Anforderungsbereich I**	**II**	**III**
	– Vergleich der beiden benötigten Zeiten (1) Abkürzung über schmalen Weg Länge: $s_1 \approx 6$ km Zeit: ca. 12 min (2) Hauptstraße, Länge: $s_2 = 8$ km Zeit: ca. 10 min – Die Abkürzung bringt keine Zeitersparnis.	L 2		K 1	

(2) Warum arbeiten Studenten?

Aufgabenstellung

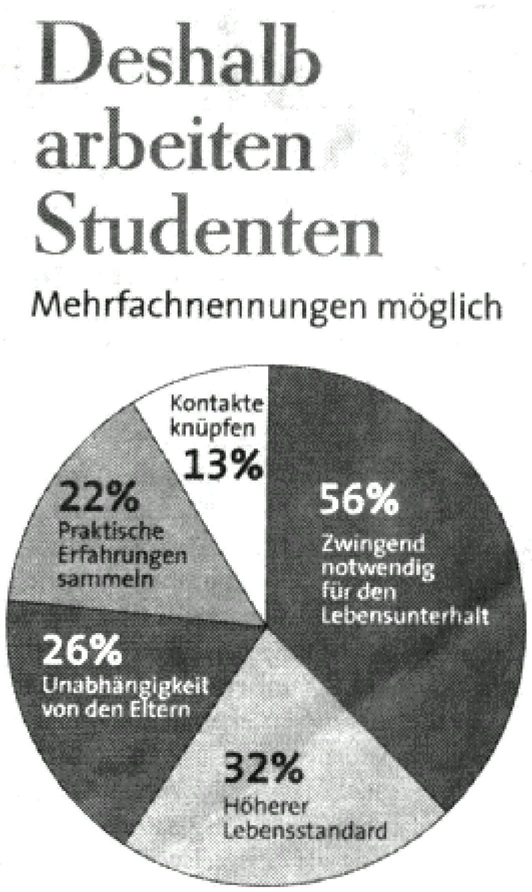
a) Das nebenstehende Diagramm zeigt Untersuchungsergebnisse zur Frage „Warum arbeiten Studenten?“ Angenommen es wurden 2000 Studenten befragt. Wie viele Studenten haben die Aussage „zwingend notwendig für den Lebensunterhalt“ angegeben?

b) Edeltraud sagt: „Den Studenten scheint es doch gar nicht so schlecht zu gehen, denn nur ungefähr ein Drittel muss „zwingend notwendig für den Lebensunterhalt“ arbeiten. Monika entgegnet: „Das stimmt doch gar nicht!“

Wie kommen Edeltraud und Monika jeweils zu ihren Meinungen?

Geben Sie eine graphische Darstellung der Befragungsergebnisse an, die die Meinungsverschiedenheit vermeidet.

c) Erläutern Sie, wie der Autor bei der Erstellung des Diagramms vorgegangen ist.



ZEIT-Grafik/Quelle: Sozialerhebung des Deutschen Studentenwerkes 1998/Foto: David Ausserhofer

Beschreibung der Aufgabe und ihrer Zielsetzung

Die Aufgabe ist eine komplexe, realitätsnahe Aufgabe aus dem Bereich der beschreibenden Statistik.

Bei der Bearbeitung der Aufgabe weisen die Schülerinnen und Schüler nach, inwieweit sie insbesondere die **allgemeinen mathematischen Kompetenzen**

– mathematisch argumentieren (K 1) und

– mathematische Darstellungen verwenden (K 4)

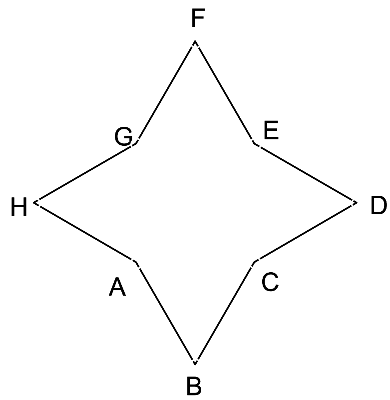
im Rahmen der **Leitidee** Daten und Zufall (L 5) erworben haben.

Lösungsskizze mit der Angabe von Leitideen und allgemeinen mathematischen Kompetenzen sowie deren Zuordnung zu Anforderungsbereichen

	Lösungen und Hinweise	Leitidee	Anforderungsbereich I	II	III
a)	Dem Kreisdiagramm ist zu entnehmen, dass 56% der befragten Studenten ihre eigene Berufstätigkeit „zwingend notwendig für den Lebensunterhalt“ halten. Bei angenommenen 2000 Befragten ergibt sich, dass 1120 Studenten die Aussage „zwingend ...“ angekreuzt haben.	L 5	K 4		
b)	Edeltraud berücksichtigt bei ihrer Aussage nur den Flächenanteil im Kreisdiagramm entsprechend. Monika begründet ihre Aussage mit der numerischen Angabe.	L 5	K 1		
	Als mögliche geeignete graphische Darstellung wird ein Säulendiagramm angegeben.	L 5		K 4	
c)	Er summiert die Prozentsätze und erhält 149% (unter Berücksichtigung der Mehrfachnennungen). Diese Zahl entspricht der gesamten Kreisfläche, also 360°. Er ordnet dann zum Beispiel dem Prozentsatz 56% den Mittelpunktswinkel $56/149 \cdot 360°$ zu. Analog verfährt er mit den anderen Prozentsätzen.	L 5		K 1	

(3) Vom Stern zur Pyramide

Aufgabenstellung



Der nebenstehende symmetrische Stern hat folgende Eigenschaften:

Alle Seiten sowie die Strecken $\overline{AC}$ und $\overline{CE}$ haben die gleiche Länge a. $\overline{AC}$ steht senkrecht auf $\overline{CE}$.

a) Wie viele Symmetrieachsen hat der Stern?

b) Beschreiben Sie eine Konstruktion des Sterns.

c) Die Dreiecksflächen sollen so geklappt werden, dass eine Pyramide entsteht.

Bestimmen Sie das Volumen der Pyramide für $a = 5{,}0\text{ cm}$.

d) Der Stern wird so verändert, dass die Strecken $\overline{AC}$ und $\overline{AB}$ nicht mehr gleich lang sind. Die Symmetrie des Sterns bleibt jedoch erhalten. Unter welchen Bedingungen kann durch Klappen der Dreiecksflächen eine Pyramide entstehen?

Beschreibung der Aufgabe und ihrer Zielsetzung

Inhaltlicher Schwerpunkt ist der Umgang mit geometrischen Figuren und an ihnen gültigen Beziehungen.

Bei der Bearbeitung der Aufgabe weisen die Schülerinnen und Schüler nach, inwieweit sie insbesondere die **allgemeinen mathematischen Kompetenzen**

- mathematisch argumentieren (K 1),
- Probleme mathematisch lösen (K 2),
- mathematische Darstellungen verwenden (K 4) und
- kommunizieren (K 6)

im Rahmen der **Leitideen** Raum und Form (L 3) sowie Messen (L 2) erworben haben. Zugelassenes Hilfsmittel ist eine Formelsammlung.

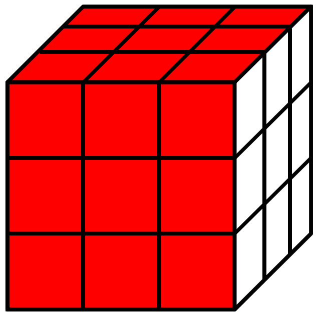
Lösungsskizze mit der Angabe von Leitideen und allgemeinen mathematischen Kompetenzen sowie deren Zuordnung zu Anforderungsbereichen

Lösungsskizze mit der Angabe von Leitideen und allgemeinen mathematischen Kompetenzen sowie deren Zuordnung zu Anforderungsbereichen

	Lösungen und Hinweise	Leitidee	Anforderungsbereich		
			I	II	III
a)	Anzahl der Symmetrieachsen: 4	L 3	K 4		
b)	Konstruktionsbeschreibung, die folgende Punkte enthält: – Konstruktion des Quadrats ACEG, – Konstruktion der vier gleichseitigen Dreiecke. (Weitere Konstruktionsmöglichkeiten existieren.)	L 3		K 6	
c)	– Erkennen des Quadrats als Grundfläche der Pyramide. – Bezeichnen der für die Bestimmung des Volumens notwendigen Teile: a – Quadratseite; h_D – Dreieckshöhe; h_P – Pyramidenhöhe. – Erstellen des Hilfsdreiecks aus $\frac{a}{2}$, h_D und h_P. – Bestimmung des Volumens $V = 29{,}5\ cm^3$ (Weitere Lösungsmöglichkeit mit Hilfe eines Dreiecks über einer Diagonale des Quadrats.)	L 2		K 2	
d)	Angabe einer der beiden Bedingungen: – Die Länge der Höhe zur Basis des gleichschenkligen Dreiecks ist größer als die Hälfte der Seitenlänge des Quadrats. – Die Länge eines Schenkels des Dreiecks ist größer als die Hälfte der Diagonalenlänge des Quadrats.	L 3			K 1

(4) Würfel

Aufgabenstellung



Fünf Seiten eines Würfels von 3 cm Kantenlänge werden rot angestrichen, die sechste Fläche bleibt ohne Anstrich.

a) Wie viel Prozent der Würfeloberfläche sind rot?

Der Würfel wird in Teilwürfel von 1 cm Kantenlänge zerlegt. Diese Teilwürfel werden in ein Gefäß gelegt, aus dem anschließend einer mit geschlossenen Augen entnommen wird.

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat der entnommene Würfel keine, genau eine (zwei, drei, vier) rot angestrichene Fläche(n)?

Beschreibung der Aufgabe und ihrer Zielsetzung

Bei der Bearbeitung der Aufgabe weisen die Schülerinnen und Schüler nach, inwieweit sie insbesondere die **allgemeine mathematische Kompetenz**

- Probleme mathematisch lösen (K 2) und
- mathematisch modellieren (K 3)

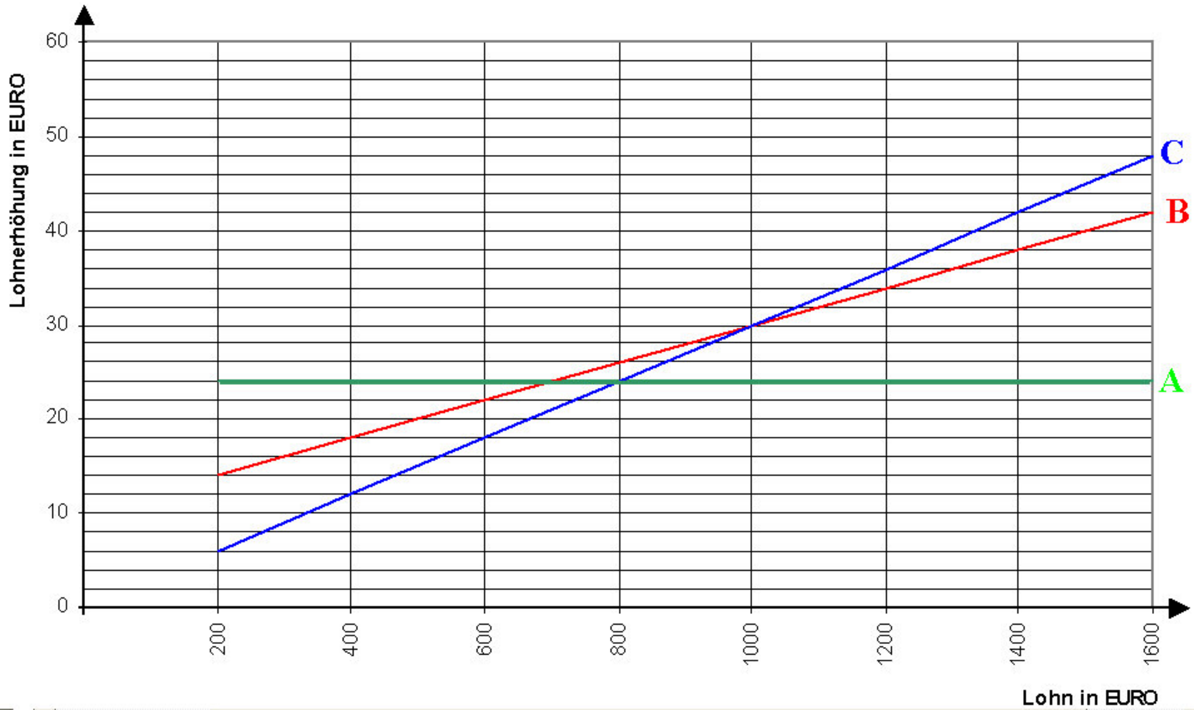
im Rahmen der **Leitideen** Messen (L 2), Raum und Form (L 3) und Daten und Zufall (L5) erworben haben.

Lösungsskizze mit der Angabe von Leitideen und allgemeinen mathematischen Kompetenzen sowie deren Zuordnung zu Anforderungsbereichen

	Lösungen und Hinweise	Leitidee	Anforderungsbereich I	 II	 III
a)	Ca. 83 % der Würfeloberfläche sind rot.	L 2	K 3		
b)	X: Anzahl der rot angestrichenen Flächen eines Teilwürfels P(X=0) = 2/27; P(X=1) = 9/27 P(X=2) = 12/27 P(X=3) = 4/27 P(X=4) = 0/27	L 3, L 5		K 2	

(5) Lohnerhöhung

Aufgabenstellung



Die Graphik zeigt drei verschiedene Modelle (Modell A, Modell B, Modell C) für Lohnerhöhungen.

a) Listen Sie in einer Tabelle (200 €, 400 €, 600 €, ..., 1600 €) die Lohnerhöhungen der verschiedenen Modelle in Abhängigkeit vom Lohn auf.

b) Erstellen Sie eine weitere Graphik für die verschiedenen Modelle, die den Zusammenhang zwischen dem Lohn (in €) und der Lohnerhöhung (in %) darstellt.

c) Beide Graphiken stellen den gleichen Sachverhalt dar. Eine soll in einer Veröffentlichung erscheinen (z. B. Zeitungsartikel). Welche würden Sie auswählen, wenn Sie Modell A bevorzugen? Begründen Sie Ihre Wahl.

Beschreibung der Aufgabe und ihrer Zielsetzung

Die Aufgabe erfordert einen kritischen Umgang mit Graphiken. Die unterschiedlichen Begründungen enthalten fachübergreifende Aspekte.

Bei ihrer Bearbeitung weisen die Schülerinnen und Schüler nach, inwieweit sie insbesondere die **allgemeinen mathematischen Kompetenzen**

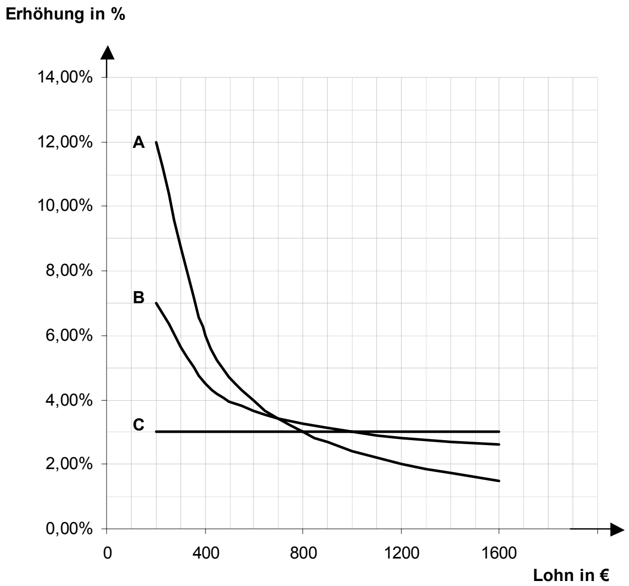
– argumentieren (K 1) und

– mathematische Darstellungen verwenden (K 4)

im Rahmen der **Leitidee** Funktionaler Zusammenhang (L 4) erworben haben.

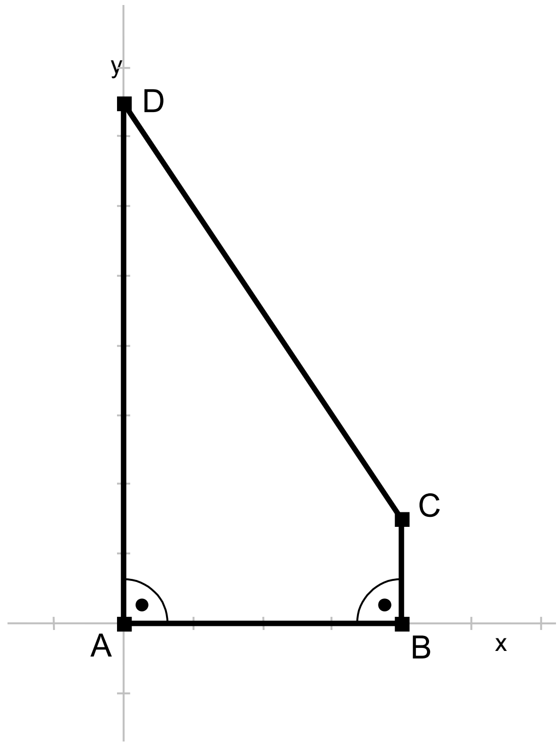
Zugelassenes Hilfsmittel ist der Taschenrechner.

Lösungsskizze mit der Angabe von Leitideen und allgemeinen mathematischen Kompetenzen sowie deren Zuordnung zu Anforderungsbereichen

<table>
<tr><th rowspan="2"></th><th rowspan="2">Lösungen und Hinweise</th><th rowspan="2">Leitidee</th><th colspan="3">Anforderungsbereich</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>a)</td><td>Erstellen der Tabelle</td><td>L 4</td><td>K 4</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>b)</td><td>Berechnen der Lohnerhöhung in %, Erstellen der Tabelle und der Graphik

</td><td>L 4</td><td></td><td>K 4</td><td></td></tr>
<tr><td>c)</td><td>Je nach dem, was zum Ausdruck gebracht werden soll, gilt eine der beiden Begründungen:
– Soll zum Ausdruck gebracht werden, dass untere Lohngruppen stärker profitieren, ist die Graphik mit prozentualer Lohnerhöhung auszuwählen.
– Soll widergespiegelt werden, dass alle das Gleiche an Lohnerhöhung erhalten, ist die gegebene Graphik auszuwählen.</td><td>L 4</td><td></td><td></td><td>K 1</td></tr>
</table>

(6) Rechteck im Trapez

Aufgabenstellung



Das nebenstehende Trapez ABCD ist in ein Koordinatensystem eingetragen mit A(0 ; 0), B(8 ; 0), C(8 ; 3) und D(0 ; 15).

Jeder Punkt der Trapezseite $\overline{CD}$ ist Eckpunkt eines Rechtecks, das dem Trapez einbeschrieben ist. Die Seiten der einbeschriebenen Rechtecke sind parallel zu den Koordinatenachsen. Der Punkt A ist Eckpunkt eines jeden einbeschriebenen Rechtecks.

a) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Trapezes ABCD.

b) Der Punkt $P(2\,;y)$ liegt auf der Seite $\overline{CD}$ und ist somit Eckpunkt eines einbeschriebenen Rechtecks.

   Tragen Sie das zugehörige Rechteck in die Figur ein und bestimmen Sie den Flächeninhalt.

c) Bewegt sich der Punkt $P(x\,;y)$ auf der Strecke $\overline{CD}$, so ändert sich der Flächeninhalt F des zugehörigen Rechtecks. Begründen Sie, dass sich der Flächeninhalt F mit der Gleichung $F = x \cdot (-\,1{,}5\,x + 15)$ berechnen lässt, wobei x die erste Koordinate des Punktes P ist.

d) Bestimmen Sie das einbeschriebene Rechteck, das den größten Flächeninhalt hat. Begründen Sie Ihre Vorgehensweise.

Beschreibung der Aufgabe und ihrer Zielsetzung

Die Aufgabe beinhaltet eine innermathematische Problemstellung, die Inhalte aus dem Bereich der Funktionen und der Geometrie vernetzt. Sie kann durch folgende variiert werden: Bestimmen Sie ein einbeschriebenes Rechteck, dessen Flächeninhalt 31,5 Flächeneinheiten beträgt und geben Sie seine Lage im Trapez an.

Bei der Bearbeitung der Aufgabe weisen die Schülerinnen und Schüler nach, inwieweit sie insbesondere die **allgemeinen mathematischen Kompetenzen**

- mathematisch argumentieren (K 1),
- Probleme mathematisch lösen (K 2) und
- mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K 5)

im Rahmen der **Leitideen** Messen (L 2), Raum und Form (L 3) und Funktionaler Zusammenhang (L 4) erworben haben.

Lösungsskizze mit der Angabe von Leitideen und allgemeinen mathematischen Kompetenzen sowie deren Zuordnung zu Anforderungsbereichen

	Lösungen und Hinweise	Leitidee	Anforderungsbereich		
			I	II	III
a)	Bestimmen des Flächeninhalts (verschiedene Lösungswege möglich)	L 2	K 5		
b)	Bestimmen des Flächeninhalts (verschiedene Lösungswege möglich)	L 3		K 5	
c)	Der Flächeninhalt F ergibt sich aus dem Produkt der Koordinaten des Punktes P. $F = x \cdot y$. Die y-Koordinate von P wird berechnet mit $y = (-1{,}5x + 15)$.	L 4			K 1
d)	Bestimmung des Maximums von F(x): Mit Hilfe quadratischer Ergänzung oder Ermittlung der Nullstellen der Parabel möglich. Die Lage des gesuchten Rechtecks wird durch den Punkt $R(5\,;7{,}5)$ oder $S(5\,;0)$ beschrieben. (Neben den rechnerischen Verfahren gibt es noch geometrische Überlegungen zur Ermittlung des gesuchten Rechtecks.)	L 4			K 2

(7) Holzbestand

Aufgabenstellung

Der Holzbestand eines Waldstückes beträgt 80000 m³. Er wächst jährlich um 2,5 %.

a) Berechnen Sie den Holzbestand nach zwei Jahren.

b) Stellen Sie die Entwicklung des Holzbestandes für die nächsten 20 Jahre mit Hilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms dar.

Folgender Tabellenkopf ist dafür vorgegeben:

	A	B	C	D
1	Anzahl der Jahre	Holzbestand		
2	0	80000		
3	1			
4				
5				

Wie viele Jahre würde es dauern, bis sich der Holzbestand verdoppelt hat?

c) Geben Sie zur Beantwortung der Frage in Aufgabe b) eine weitere Lösungsmöglichkeit ohne PC an.

d) Die tatsächliche Entwicklung des Holzbestandes kann von der berechneten abweichen. Geben Sie dafür Gründe an.

Beschreibung der Aufgabe und ihrer Zielsetzung

Die Schülerinnen und Schüler sollen Prozentwerte berechnen. Die Frage nach der Zeitdauer bis zur Verdoppelung des Holzbestandes kann auf verschiedenen Wegen beantwortet werden, denen ein Algorithmus mit Wiederholung zu Grunde liegt. Im Mittelpunkt steht das geistige Vorwegnehmen des Lösungsweges, um die Rechenarbeit auf den PC zu übertragen.

Bei der Bearbeitung der Aufgabe weisen die Schülerinnen und Schüler nach, inwieweit sie insbesondere die **allgemeinen mathematischen Kompetenzen**

- Probleme mathematisch lösen (K 2),
- mathematisch modellieren (K 3) und
- mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K 5)

im Rahmen der **Leitideen** Zahl (L 1) und Funktionaler Zusammenhang (L 4) erworben haben. Zugelassene Hilfsmittel sind der PC und der Taschenrechner.

Lösungsskizze mit der Angabe von Leitideen und allgemeinen mathematischen Kompetenzen sowie deren Zuordnung zu Anforderungsbereichen

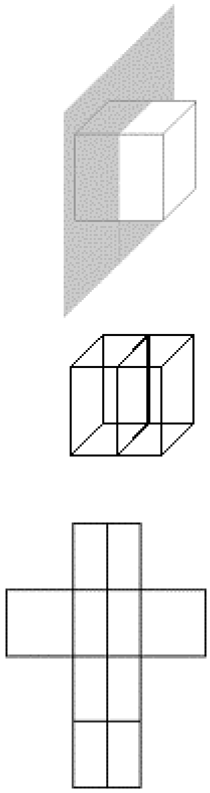
	Lösungen und Hinweise	Leitidee	Anforderungsbereich		
			I	II	III
a)	Holzbestand nach zwei Jahren: 84 050 m^3	L 4	K 2		
b)	Arbeit mit dem Tabellenkalkulationsprogramm: erstmaliges Überschreiten des Wertes 160 000 m^3 nach 29 Jahren.	L 1		K 5	
c)	Zum Beispiel: $160000 = 80000 \cdot 1{,}025^x$	L 4		K 2	
d)	Zum Beispiel: Modellannahme (gleichmäßiges Wachstum über einen langen Zeitraum) ist idealisiert	L 4		K 3	

(8) Würfeldarstellungen

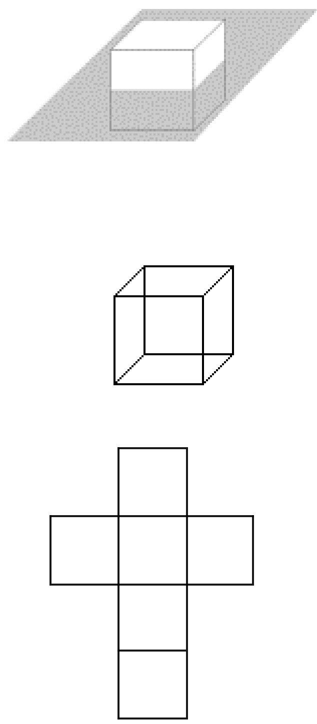
Aufgabenstellung

Ein Würfel wird längs der jeweils vorgegeben Ebene durchgeschnitten. Zeichnen Sie wie im Beispiel die Schnittkanten im Schrägbild und im Netz ein:

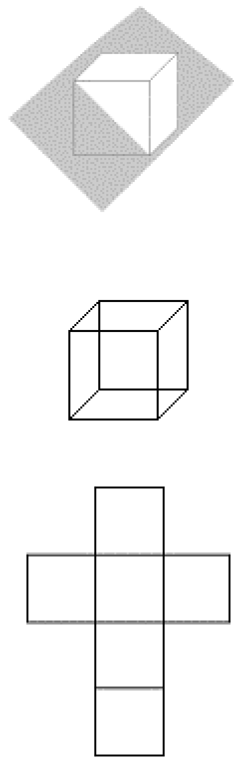
Beispiel



a)



b)



Beschreibung der Aufgabe und ihrer Zielsetzung

Die Bearbeitung der Aufgabe erfordert räumliches Vorstellungsvermögen. Der Schüler soll dabei nachweisen, inwieweit er insbesondere die **allgemeine mathematische Kompetenz**

– mathematische Darstellungen verwenden (K 4)

im Rahmen der **Leitidee** Raum und Form (L 3) erworben hat.

Lösungsskizze mit der Angabe von Leitideen und allgemeinen mathematischen Kompetenzen sowie deren Zuordnung zu Anforderungsbereichen

	Lösungen und Hinweise	**Leitidee**	**Anforderungsbereich**		
			I	**II**	**III**
a) und b)	Übertragen der Schnittebene in Schrägbild und Netz	L 3		K 4	

(9) Skipiste

Aufgabenstellung

Im italienischen Bormio findet jährlich ein Abfahrtsrennen im Rahmen des Skiweltcups statt. Die Abfahrtsstrecke ist insgesamt 3270 m lang. Der Start befindet sich in 2255 m Höhe, das Ziel in einer Höhe von 1245 m.

Die maximale Steigung der Strecke beträgt 63%.

a) Berechnen Sie die durchschnittliche Geschwindigkeit eines Rennläufers in km/h, der die Strecke in 1 Minute und 54,23 Sekunden bewältigte.

b) Erläutern Sie, was „Steigung 63%“ bedeutet.

Bestimmen Sie den Winkel, den eine Strecke der Steigung 63% mit der Horizontalen bildet.

c) Berechnen Sie die Steigung der Abfahrtsstrecke von Bormio, wenn sie mit gleicher Länge geradlinig vom Start zum Zielpunkt verliefe.

Beschreibung der Aufgabe und ihrer Zielsetzung

Bei der Bearbeitung der Aufgabe weisen die Schülerinnen und Schüler nach, inwieweit sie insbesondere die **allgemeinen mathematischen Kompetenzen**

- mathematisch modellieren (K 3),
- mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K 5) und
- kommunizieren (K 6)

im Rahmen der **Leitideen** Messen (L 2) sowie Raum und Form (L 3) erworben haben.

Lösungsskizze mit der Angabe von Leitideen und allgemeinen mathematischen Kompetenzen sowie deren Zuordnung zu Anforderungsbereichen

	Lösungen und Hinweise	**Leitidee**	**Anforderungsbereich I**	**II**	**III**
a)	Bestimmen der durchschnittlichen Geschwindigkeit (103 km/h)	L 2	K 5		
b)	Mögliche Lösung: An Hand der Skizze eines rechtwinkligen Dreiecks wird erläutert, dass das Verhältnis aus Gegenkathete und Ankathete 63 : 100 beträgt.	L 3		K 6	
	Lösungsansatz: $\tan\alpha = 0{,}63$ ergibt $\alpha \approx 32°$.	L 2		K 3	
c)	Bestimmen der mittleren Steigung (32%)	L 3		K 5	

(10) Fakultät

Aufgabenstellung

Das Produkt aller natürlicher Zahlen von 1 bis n kann verkürzt aufgeschrieben werden:

Beispiel: $1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5 = 5!$ (gesprochen: „fünf Fakultät“)

Allgemein: $1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot\ldots\cdot n = n!$ (gesprochen: „n Fakultät“)

a) Berechnen Sie ohne Taschenrechner : 6!

b) Berechnen Sie mit Taschenrechner: 20!
Wie viele Stellen besitzt die errechnete Zahl?

c) Auf wie viele Nullen endet die Zahl 20! ?
Begründen und vergleichen Sie mit dem Taschenrechnerergebnis.

Beschreibung der Aufgabe und ihrer Zielsetzung

Die Aufgabe beinhaltet einen innermathematischen Sachverhalt. Mit der Verwendung von „Fakultät“ werden von den Schülerinnen und Schülern Transferleistungen verlangt. Die Aufgabe bietet Gelegenheit, die Grenzen der Taschenrechneranzeige am Beispiel zu thematisieren.

Bei der Bearbeitung der Aufgabe weisen die Schülerinnen und Schüler nach, inwieweit sie insbesondere die **allgemeinen mathematischen Kompetenzen**

- mathematisch argumentieren (K 1)
- mathematische Darstellungen verwenden (K 4) und
- mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K 5)

im Rahmen der **Leitidee Zahl** (L 1) erworben haben. Zugelassenes Hilfsmittel ist der Taschenrechner. Die Aufgabe kann mit gleicher Aufgabenstellung erweitert werden auf 30!.

Lösungsskizze mit der Angabe von Leitideen und allgemeinen mathematischen Kompetenzen sowie deren Zuordnung zu Anforderungsbereichen

	Lösungen und Hinweise	Leitidee	Anforderungsbereich I	II	III
a)	Berechnen des Produktes ohne TR: 6! = 720	L 1	K 5		
b)	Taschenrechnerergebnis: 2.4329020082e18, also 19 Stellen	L 1	K 4		
c)	Die Nullen am Ende der Zahl ergeben sich durch die Zehnerfaktoren und durch die Faktorenpaare, die jeweils 10 ergeben: 10, 20, 2·5, 4·15. Die Zahl endet also mit vier Nullen, nach Taschenrechneranzeige mit acht. Die Anzeige ist also nicht genau.	L 1			K 1

(11) Zeit für Schule

Aufgabenstellung

Setzen Sie sich mit den Äußerungen der Schülerinnen und Schüler auseinander.

Beschreibung der Aufgabe und ihrer Zielsetzung

Die Bearbeitung der Aufgabe erfordert das Strukturieren der Situation.

Die Schülerinnen und Schüler vertreten ihre Überlegungen argumentativ und setzen sich mit anderen Vorschlägen kritisch auseinander.

Bei der Bearbeitung der Aufgabe weisen die Schülerinnen und Schüler nach, inwieweit sie

insbesondere die **allgemeine mathematische Kompetenz**
- mathematisch modellieren (K 3)

im Rahmen der **Leitidee** Zahl (L 1) erworben haben.

Lösungsskizze mit der Angabe von Leitideen und allgemeinen mathematischen Kompetenzen sowie deren Zuordnung zu Anforderungsbereichen

	Lösungen und Hinweise	Leitidee	Anforderungsbereich I	II	III
	Modellannahme: – Zeit in der Schule pro Tag: 5 Stunden				

	Lösungen und Hinweise	Leitidee	Anforderungsbereich I II III
	– Schulweg 1 Stunde – Hausaufgaben 2 Stunden Insgesamt: 8 Stunden pro Schultag 40 Wochen mit 5 Schultagen ergeben 200 Schultage, also 1600 Stunden im Jahr Betrachten verschiedener Bezugswerte: – Bezugswert: 24-Stunden-Tag: $24 \cdot 365$ Stunden pro Jahr, also ca. 18% – Bezugswert: 16-Stunden-Tag $16 \cdot 365$ Stunden pro Jahr, also ca. 27 % – anderer sinnvoller Bezugswert Überlegungen auf der Grundlage des gewählten Modells verständlich darstellen, auf Fragen und Kritik sachlich und angemessen reagieren. Die Aufgabenstellung bietet Möglichkeiten, die Diskussion über den mathematischen Aspekt hinaus zu erweitern.	L 1	II: K3

(12) Lineare Funktionen

Aufgabenstellung

Gegeben ist eine lineare Funktion f mit der Gleichung $f(x) = -x - 1$.

a) Zeichnen Sie den Graphen von f in ein Koordinatensystem. Zeigen Sie, dass der Punkt $P(-93\,;92)$ auf dem gegebenen Graphen liegt.

b) Beschreiben Sie einen Weg, wie Sie die Gleichung einer weiteren linearen Funktion finden, deren Graph ebenfalls durch den Punkt $P(-93\,;92)$ geht.

c) Gegeben sind lineare Funktionen g_m mit $g_m(x) = mx + 2$.
Unter welchen Bedingungen für m schneiden sich die Graphen von f und g_m im II. Quadranten?

Beschreibung der Aufgabe und ihrer Zielsetzung

Die Aufgabe erfordert den Zusammenhang von Funktionsgraph und Funktionsgleichung flexibel anzuwenden.

Bei der Bearbeitung der Aufgabe weisen die Schülerinnen und Schüler nach, inwieweit sie insbesondere die **allgemeinen mathematischen Kompetenzen**

- Probleme mathematisch lösen (K 2),
- mathematische Darstellungen verwenden (K 4) und
- kommunizieren (K 6)

im Rahmen der **Leitidee** Funktionaler Zusammenhang (L 4) erworben haben.

Lösungsskizze mit der Angabe von Leitideen und allgemeinen mathematischen Kompetenzen sowie deren Zuordnung zu Anforderungsbereichen

	Lösungen und Hinweise	**Leitidee**	**Anforderungsbereich I**	**II**	**III**
a)	Zeichnen des Graphen Lage des Punktes rechnerisch begründen	L 4	K 4		
b)	Vorgabe – einer Steigung ungleich -1 oder – eines Punktes, der nicht auf dem Graphen von f liegt.	L 4		K 6	
c)	1. Möglichkeit: graphische Überlegungen, bei der Grenzfälle betrachtet werden 2. Möglichkeit: rechnerische Lösung Schnittpunkt $S\left(\frac{-3}{m+1};\frac{2-m}{m+1}\right)$ Wegen $x_S < 0$ und $y_S > 0$ (II. Quadrant) folgt $-1 < m < 2$	L 4			K 2

(13) Vertragshandy oder Kartenhandy?

Aufgabenstellung

Eine Firma bietet Vertragshandys und Kartenhandys zu folgenden Konditionen an:

Vertragshandy
Teddy Active

AIKON 3410
Handy 0,00 €
Grundgebühr monatlich: 9,95 €
Gesprächskosten pro Minute 0,175 €*
SMS 0,19 €
Bereitstellungsgebühr: 24,95 €
(Einmalige Zahlung)
Weitere Kosten: keine

Kartenhandy
Teddy ExtraPlus

AIKON 3410
Handy 129,95 € einschließlich
15 € Gesprächsguthaben
Grundgebühr monatlich: 0,00 €
Gesprächskosten pro Minute 0,412 €*
SMS 0,19 €
Weitere Kosten: keine

* Bei der Errechnung der Gesprächskosten pro Minute wurde ein durchschnittlicher Wert angenommen.

Geben Sie eine Kaufberatung, die hilfreich ist für eine Entscheidung zwischen Vertragshandy und Kartenhandy.

Gehen Sie bei Ihren Überlegungen von einer Nutzungsdauer von 24 Monaten aus (Vertragslaufzeit) und berücksichtigen Sie die “telefonierten” Minuten pro Monat.

Beschreibung der Aufgabe und ihrer Zielsetzung

Die Bearbeitung der Aufgabe erfordert die Modellierung einer komplexen realen Situation. Die Schülerinnen und Schüler vertreten die Ergebnisse ihrer Überlegungen argumentativ. Bei der Bearbeitung der Aufgabe weisen die Schülerinnen und Schüler nach, inwieweit sie insbesondere die **allgemeine mathematische Kompetenz**

– mathematisch modellieren (K 3)

im Rahmen der **Leitidee** Funktionaler Zusammenhang (L 4) erworben haben. Zugelassenes Hilfsmittel ist der Taschenrechner.

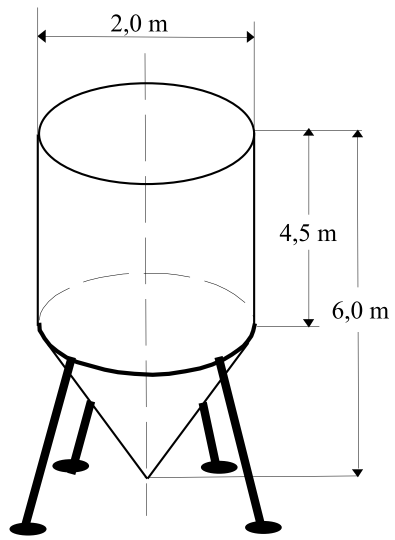
Lösungsskizze mit der Angabe von Leitideen und allgemeinen mathematischen Kompetenzen sowie deren Zuordnung zu Anforderungsbereichen

	Lösungen und Hinweise	Leitidee	Anforderungsbereich		
			I	II	III
	Lösungsmöglichkeiten: – Berechnung unterschiedlicher konkreter Gesamtkosten für einen Monat (10 min, 20 min, …) und Vergleich. – Einsatz eines Tabellenkalkulationsprogramms – Graphisches Lösen – Lösen eines linearen Gleichungssystems Dabei wird berücksichtigt: – Anschaffungskosten – Grundgebühr – Bereitstellungsgebühr – Gesprächsguthaben – Kosten für monatliche Gesprächsdauer – Die Tatsache, dass eine SMS in beiden Tarifen gleich viel kostet Mögliche Kundenberatung könnte sein: „Wenn Sie mehr als 26 Minuten im Monat telefonieren, dann lohnt sich ein Vertragshandy.“ (Der genaue mathematische Wert beträgt 26,2 min.)	L 4		K 3	

(14) Wassertank

Aufgabenstellung

In der nebenstehenden Abbildung ist ein Wassertank dargestellt.
(Abbildung nicht maßstabsgerecht)



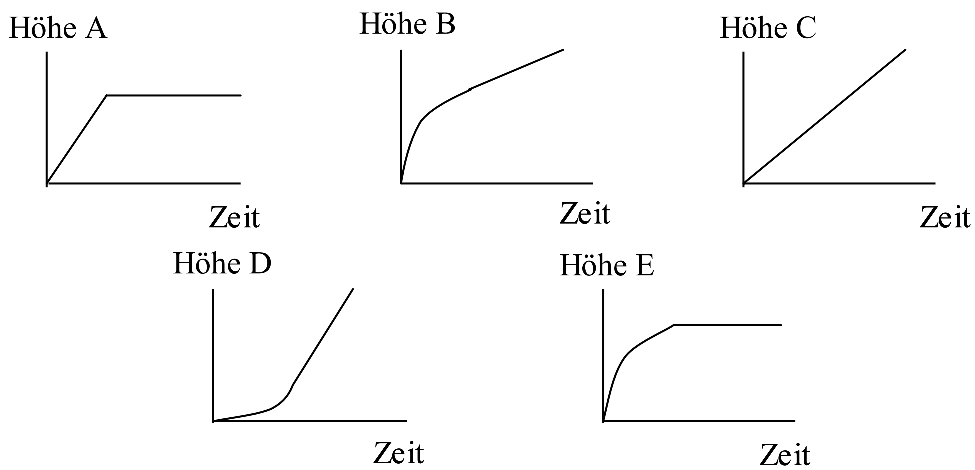
a) Überschlagen Sie das Gesamtvolumen des Tanks und kreuzen Sie an.

☐	5 m^3	☐	15 m^3
☐	35 m^3	☐	45 m^3

b) Der spitze Teil des Tanks wird bis zu seiner halben Höhe mit Wasser gefüllt.
Wie viele Kubikmeter Wasser enthält der Tank?

c) Der leere Tank wird gleichmäßig mit Wasser gefüllt.

Welcher der folgenden Graphen zeigt, wie sich die Höhe des Wasserspiegels mit der Zeit ändert? Begründen Sie Ihre Entscheidung.



Beschreibung der Aufgabe und ihrer Zielsetzung

Neben Schätzungen des Volumens sind Berechnungen in Verbindung mit der Prozentrechnung und die begründete Auswahl eines Graphen zu leisten.

Bei der Bearbeitung der Aufgabe sollen die Schülerinnen und Schüler nachweisen, inwieweit sie insbesondere die **mathematischen Kompetenzen**

- mathematisch modellieren (K 3)
- mathematische Darstellungen verwenden (K 4) und
- mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K 5)

im Rahmen der **Leitideen** Messen (L2) und Funktionaler Zusammenhang (L4) erworben haben.

Zugelassene Hilfsmittel sind Taschenrechner und Formelsammlung

Lösungsskizze mit der Angabe von Leitideen und allgemeinen mathematischen Kompetenzen sowie deren Zuordnung zu Anforderungsbereichen

	Lösungen und Hinweise	Leitidee	Anforderungsbereich I	II	III
a)	Überschlag, zum Beispiel (1) $V_{Tank} \approx V_{Zylinder} \approx 18\ m^3$ oder (2) $\mathrm{V_{Tank}} \approx \mathrm{V_{Quader}} = 24\ \mathrm{m}^3$ Damit ist **15 m³** der anzukreuzende Wert.	L 2	K 3		
b)	Berechnung des Volumens Aus „bis zur halben Höhe“ ergibt sich $\mathrm{r} = 0{,}5\ \mathrm{m}$ und $\mathrm{h} = 0{,}75\ \mathrm{m}$. Das Wasservolumen beträgt ca. 0,2 m³.	L 2		K 5	
c)	Graph B Bei der Begründung muss der zeitliche Verlauf der Füllhöhe in Beziehung zur Form des Körpers gesetzt werden.	L 4			K 4